

Optimale snijnsnelheid

In de metaalindustrie worden met een boormachine gaten in harde materialen geboord. Zie de foto.

foto



De levensduur van een boor is afhankelijk van de **(snij)snelheid**: dit is de snelheid waarmee de buitenkant van de boor door het metaal snijdt. Bij een hoge snelheid zal de boor snel slijten waardoor de levensduur kort is.

Rond 1900 stelde F.W. Taylor het volgende verband vast:

$$V \cdot T^m = C$$

Hierin is:

- V de (snij)snelheid van de boor (in meter per minuut (m/min)) (V ligt vaak tussen de 5 en 150 m/min),
- T de levensduur (in minuten),
- m een constante die afhangt van het materiaal waarvan de boor is gemaakt,
- C een constante die afhangt van het materiaal waarin wordt geboord.

De waarden van m en C worden experimenteel bepaald.

De resultaten van een meting in een bepaalde situatie zijn:

- Bij een snelheid van 20 m/min is de levensduur 116 minuten.
- Bij een snelheid van 30 m/min is de levensduur 40 minuten.

4p 5 Bereken algebraïsch de waarden van m en C in deze situatie. Geef m in twee decimalen en C als geheel getal.

In een fabriek boort één boormachine 24 uur per dag dezelfde soort gaten. Het is belangrijk de snelheid van de boor goed in te stellen: een hoge snelheid betekent dat het boren van een gat minder tijd kost. Maar daar staat tegenover dat de boor sneller vervangen moet worden. Men wil berekenen bij welke snelheid V het aantal geboorde gaten A per 24 uur maximaal is.

Om A uit te kunnen drukken in V doen we de volgende aannames:

- Het aantal gaten N dat in één minuut geboord kan worden, is recht evenredig met de snelheid V van de boor. Bij een snelheid van 20 m/min boort deze boor 6 gaten in één minuut.
- Met behulp van de formule van Taylor is te berekenen na hoeveel minuten boren de boor vervangen moet worden. Voor het boorproces in deze fabriek geldt $C = 150$ en $m = 0,25$, dus $V \cdot T^{0,25} = 150$.
- Het vervangen van een boor kost telkens 2 minuten. De boormachine is dus maar een deel van de tijd bezig met boren.
Voor dit deel d geldt: $d = \frac{T}{T+2}$
- Voor het aantal geboorde gaten A per 24 uur geldt: $A = 1440 \cdot N \cdot d$

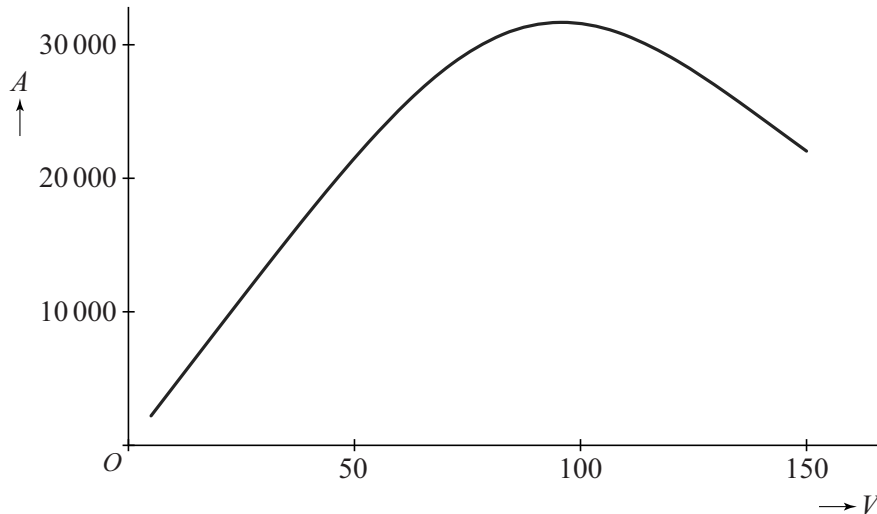
Met de aannames a, b, c en d kun je voor A de volgende formule opstellen:

$$A = \frac{432V}{\frac{2}{150^4} \cdot V^4 + 1}$$

- 5p **6** Leid deze formule voor A af uit de aannames a, b, c en d.

In de figuur is de grafiek van A weergegeven voor $5 \leq V \leq 150$.

figuur



Uit de grafiek blijkt dat er een snelheid is waarbij het aantal geboorde gaten per 24 uur maximaal is.

- 5p **7** Bereken algebraïsch deze snelheid in m/min. Geef je eindantwoord in één decimaal.